

**Instrucciones:** a) Duración: **1 hora y 30 minutos**.  
b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.  
c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.  
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.  
e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

### EJERCICIO 1

- a) [5 puntos] Simplifica al máximo la expresión  $\left(\frac{3x}{x-1} - \frac{2x-1}{x+1}\right) \frac{x^3-x}{x^2+6x-1}$ .
- b) [5 puntos] Determina los ángulos  $\theta$  (en radianes) tales que  $0 \leq \theta \leq \pi$  y  $\cos(2\theta) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ .

### EJERCICIO 2

- a) [5 puntos] Resuelve la ecuación  $3^{-2x} - 3^{-x} = 2$ .
- b) [5 puntos] Calcula la altura que se alcanza con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared, si la parte inferior de la escalera se sitúa a 70 centímetros de la pared.

### EJERCICIO 3

- a) [5 puntos] Resuelve la ecuación  $p(x) = x^3 - 5x - 2 = 0$  y factoriza el polinomio  $p(x)$ .
- b) [5 puntos] Calcula el valor de  $a > 1$  para el que  $\int_1^a (x^2 - x) dx = \frac{1}{6}$ .

### EJERCICIO 4

- a) [5 puntos] Halla el valor de  $k$  sabiendo que la recta de ecuación  $4x - 6y - 15 = 0$  y la recta de ecuación  $kx - 15y + 5 = 0$  son paralelas.
- b) [5 puntos] Calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 2} - \sqrt{n^2 + n}\right)$ .

### EJERCICIO 5

- a) [5 puntos] Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto  $(-3, 4)$  y tiene el mismo centro que la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6$ .
- b) [5 puntos] Resuelve la inecuación  $\frac{2x-1}{3} - 2 < x - \frac{x+1}{2}$  y representa sus soluciones sobre la recta real.

### EJERCICIO 6 Sea $f$ la función definida por $f(x) = x + \frac{x}{x-1}$ para $x \neq 1$ .

- a) [5 puntos] Determina los intervalos donde  $f$  es creciente y los intervalos donde es decreciente. Representa gráficamente dichos intervalos sobre la recta real.
- b) [5 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .